第40卷 第3期
2023年6月
应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics
Vol. 40 No. 3
Jun. 2023

文章编号:1000-4939(2023)03-0679-11

混凝土密肋式锥面网壳的几何非线性分析

杨水艳[1,2],张华刚[1]

(1. 贵州大学空间结构研究中心,550025 贵阳;2. 贵阳信息科技学院土木工程系,550025 贵阳)

摘 要:混凝土密肋式锥面网壳是通过将圆锥面等分成密肋平板后,再由其在谷(脊)线处交汇形成的新型空间结构。为掌握该类结构的稳定性,在弹性稳定分析的基础上,采用弧长法进行几何非线性分析。并讨论矢跨比、边梁刚度、初始几何缺陷等因素对结构承载力的影响。结果表明:结构薄弱部位主要为谷线跨中与密肋平板交汇处;屈曲失稳具有壳体结构的特征,在跳跃失稳后承载力急剧下降;矢跨比的增大会降低结构极限承载力;因边梁作为主要传力构件在增大其刚度时,能有效提高结构整体刚度;脊(谷)线梁刚度和屋面板板厚的变化对提高结构整体稳定贡献较小;增大密肋梁刚度会有效增强结构抵抗失稳能力;初始几何缺陷对结构极限承载力影响较小,将幅值 $L/300$ 作为结构可接受的最大初始缺陷。对此类结构进行稳定承载力公式的拟合,发现其误差在工程精度可接受的范围之内。

关键词:混凝土密肋式锥面网壳;几何非线性分析;临界荷载;跳跃失稳

中图分类号:TU375 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.021

Geometric nonlinear analysis of concrete multi-ribbed conical reticulated shell

YANG Shuiyan[1,2], ZHANG Huagang[1]

(1. Space Structures Research Center, Guizhou University, 550025 Guiyang, China;
2. Department of Civil Engineering, Guiyang Institute of Information Technology, 550025 Guiyang, China)

Abstract: The concrete multi-ribbed conical reticulated shell is a new spatial structure formed by dividing the conical surface into multi-ribbed flat plates. The multi-ribbed flat plates meet at the valley (ridge) line. In order to understand the stability of the structure, the arc length method is used for geometric nonlinear analysis on the basis of elastic stability analysis. The effects of rise-span ratio, boundary beam rigidity and initial geometric defects on the structural bearing capacity are discussed. The results show that the weak part of the structure is mainly the intersection between the valley line and the multi-ribbed slab. The buckling instability has the characteristics of a shell structure, and the ultimate bearing capacity drops sharply after jumping instability. The increase of the rise-span ratio will reduce the structural bearing ca-

收稿日期:2021-08-02 **修回日期**:2022-08-19
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51568012)
通信作者:张华刚,教授,博士生导师。E-mail:zhg0618@163.com
引用格式:杨水艳,张华刚. 混凝土密肋式锥面网壳的几何非线性分析[J]. 应用力学学报,2023,40(3):679-689.
YANG Shuiyan, ZHANG Huagang. Geometric nonlinear analysis of concrete multi-ribbed conical reticulated shell[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(3):679-689.

pacity. As the boundary beam is the main force transmission member of, increasing its rigidity can effectively improve the overall rigidity of the structure. Changing the rigidity of the ridge (valley) beam and the thickness of roof plate has little contribution to improving the overall stability of the structure. Increasing the rigidity of the multi-ribbed beam will effectively enhance the structure's ability to resist instability. The initial geometric defects have little effect on the ultimate bearing capacity of the structure. The amplitude $L/300$ is regarded as the largest initial defect acceptable to the structure. The stability bearing capacity formula is fitted to the structure, and the calculation error is within acceptable engineering accuracy.

Key words: concrete multi-ribbed conical reticulated shell; geometric nonlinear analysis; critical load; snap-through instability

钢筋混凝土薄壳结构空间受力性能合理,且集承重和围护于一体,1925 年首次在德国进行了跨度为 40 m 的穹顶薄壳结构的工程实践[1];我国混凝土薄壳结构的研究始于上世纪 50 年代后期[2],1960 年在新疆某机械厂的金工车间建成直径 60 m 的圆形薄壳屋盖[3]。因薄壳结构的模板和支撑较为复杂,我国学者一直致力于壳体结构形式的创新研究。刘国奎等[4]提出 V 型折板落地拱结构,并将此结构成功运用到徐州某公司盐库中;滕锦光等[5]在 2001 年提出了大跨钢—混凝土组合薄壳结构,用钢底壳代替临时模板;常玉珍等[6]通过对肋外包 U 型钢,提出了组合肋壳结构。上述结构形式的创新,都为壳体结构的工程发展开辟了新的道路。

此外,张华刚等[7-10]为了有效解决混凝土壳体结构施工困难的问题,通过切割空间曲面体后再网格化,提出了一类混凝土密肋式折板网壳结构。通过工程实例表明:此类结构具有较好的经济技术指标[8]。事实上这类结构是用汇交密肋平板代替曲面形壳体。与楼盖中密肋平板不同的是,结构除受弯曲内力作用外,还受平面内力作用,且密肋平板截面尺寸较小,有可能使结构的稳定性问题成为限制其广泛应用的关键因素之一。

本研究以混凝土密肋式锥面网壳为研究对象;对结构进行弹性稳定分析,初步判断结构薄弱区域。为考虑初始缺陷对结构的影响,本研究采用一致缺陷模态法进行模拟分析;通过弧长法跟踪结构的平衡路径进行非线性稳定分析,并分别考虑矢跨比、边梁刚度、板厚等因素对结构稳定性的影响;提出结构稳定承载力的近似计算公式,以期为实际工程中提供理论依据。

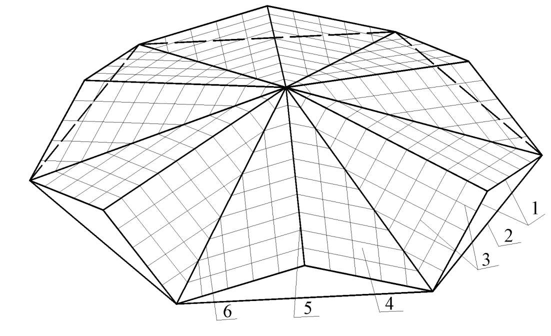
1 混凝土密肋式锥面网壳结构

1.1 结构形式

混凝土密肋式锥面网壳结构的结构形式如图 1 所示,脊(谷)线构成空间折线梁;屋盖跨度为 L,矢高为 f,密肋梁网格形式采用正交正放[11-13]。

1.2 基本算例情况

对图 1 的结构,取跨度为 30 m,矢高 5 m,材料采用 C30 混凝土,泊松比 $v=0.2$,钢筋混凝土密度为 2.42×10^3 kg/m^3,弹性模量 $E_c=3\times10^{10}$ N/m^2,屋面活荷载取 0.5 kN/m^2。根据荷载组合工况:1.2×恒+1.4×活,不计自重的计算荷载为 4.58 kN/m^2。通过结构设计软件进行试运算,分析结果表明各构件满足静承载力要求。确定:支座环梁截面尺寸为 300 mm×600 mm、屋面板板厚 60 mm、边梁截面尺寸 250 mm×550 mm、脊(谷)线截面尺寸为 200 mm×450 mm、密肋梁截面尺寸为 150 mm×300 mm,如图 2 所示。



1—边梁; 2—支座环梁; 3—密肋梁; 4—屋面板; 5—脊线梁; 6—谷线梁

图 1 混凝土锥面网壳

Fig. 1 Concrete cone reticulated shell

建立的有限元模型如图 3 所示。屋面板采用 Shell181 单元,梁构件(如边梁、支座环梁、密肋梁和

脊(谷)线梁)均采用 Beam188 单元。在支座环梁和谷线交汇处设置支座,并约束其全部自由度。上述参数为本研究全部算例的共性参数。

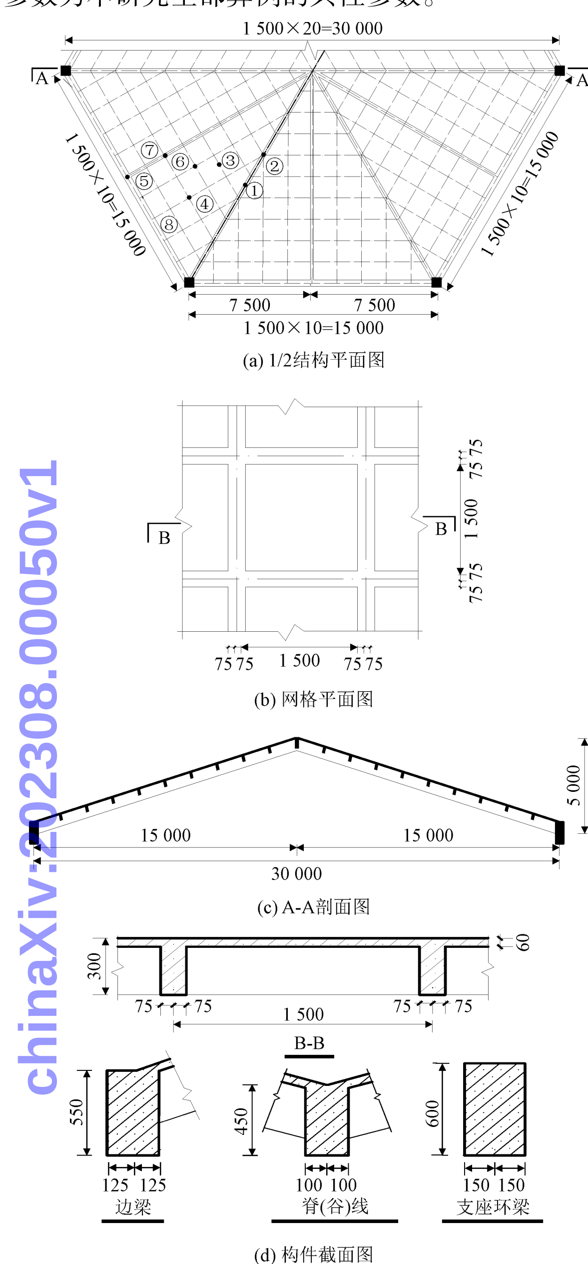


图 2　结构平面布置详图(单位:mm)

Fig. 2　Structural layout details(unit:mm)

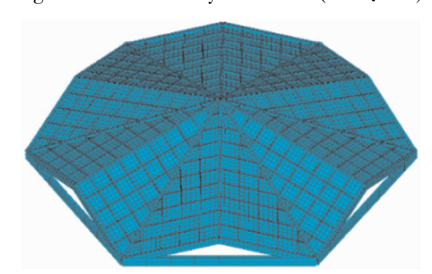


图 3　有限元模型图

Fig. 3　Finite element model diagram

2　结构弹性稳定分析

结构在特征值屈曲分析下的前 4 阶失稳模态如图 4 所示。因结构和荷载对称,使其屈曲模态以脊线为模态节线呈现明显的对称性特点,形成双向 2 个半波的凹凸变形;前 4 阶模态最大挠度均发生在谷线跨中与密肋平板交汇处,是结构最早发生失稳的区域,成为整个锥面网壳结构的薄弱部位。

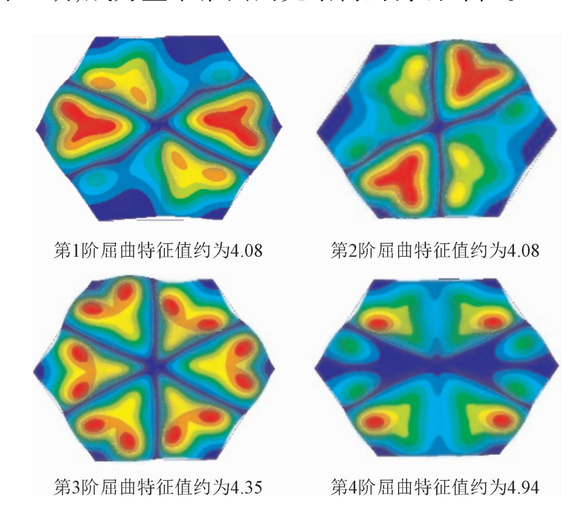


图 4　失稳模态

Fig. 4　Buckling mode

一般来说,特征值屈曲分析过于保守,仅供工程应用参考,并引入低阶屈曲模态作为结构的初始几何缺陷分布[14]。

3　结构静力非线性分析

3.1　几何非线性屈曲分析

基于上述对结构进行的弹性稳定分析结果,对结构进行几何非线性全过程分析,采用弧长法跟踪结构的平衡路径。①~⑧号节点的荷载-挠度曲线如图 5 所示。

终止迭代时节点①的挠度最大,以其荷载-挠度曲线来描述结构的非线性失稳过程。如图 5(b)所示,结构失稳经历了多次屈曲,荷载-挠度曲线多次上下波动,每一次波动意味着结构发生一次明显的跳跃失稳,在加载初期结构处于弹性状态,荷载-挠度基本呈线性变化。

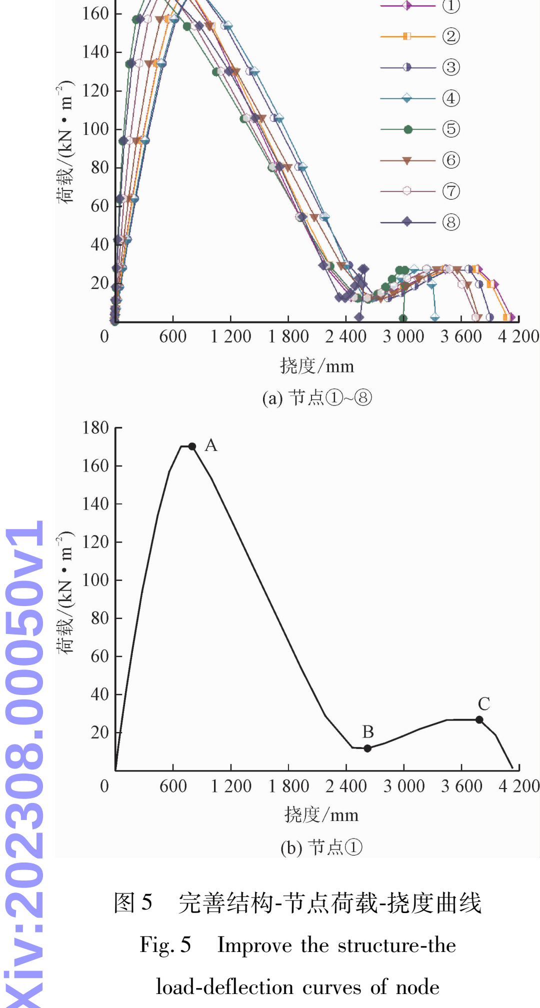


图 5　完善结构-节点荷载-挠度曲线

Fig. 5　Improve the structure-the load-deflection curves of node

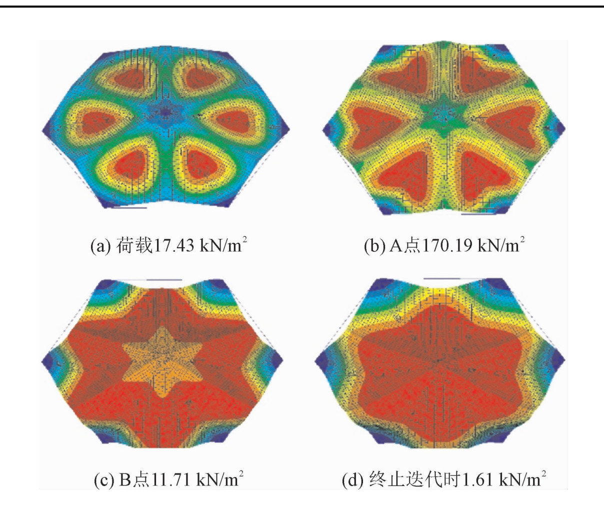


图 6　完善结构-全过程挠度分布

Fig. 6　Improve the structure-deflection analysis of the whole process

如图 6 所示，随着荷载的增大，结构局部凹陷范围逐步向边梁和顶点处扩散；当荷载加载至 17.43 kN/m^{2}时，节点①挠度为 43.9 mm；当荷载达到170.19 kN/m^2，结构在 A 点发生第一次屈曲，节点①挠度为 798.92 mm，约为跨度的 1/38，而最大挠度发生在节点④处为 920.25 mm，约为跨度的 1/33。

屈曲后结构刚度矩阵是非正定的，随着荷载下降而挠度快速增大；到达 B 点时，结构处于反向平衡状态，以后随挠度的增大，荷载缓慢增加；到 C 点时，结构发生二次屈曲，屈曲荷载 26.72 kN/m^2，此时结构最大挠度已转移至节点①处。

结构的第一个上极限荷载远大于其他极值点，虽然在反向平衡后荷载-挠度曲线有上升段，但此时结构刚度小，挠度发展很快，在工程中已经没有实际意义，结构的平衡路径追踪至第一次屈曲后一小段即可。

3.2　初始缺陷对结构非线性稳定的影响

考虑施工时节点位置偏差等因素的影响，本研究采用一致缺陷模态法，将 1 ~4 阶弹性屈曲模态引入结构中，用以模拟结构初始几何缺陷的分布，并取最大缺陷为 $L/300$[15] 进行几何非线性稳定分析，结果如图 7 所示。

当以第 4 阶弹性屈曲模态作为初始缺陷时临界荷载为最小值，可见，以其作为结构几何初始缺陷分布时，对结构稳定最为不利。

引入第 4 阶弹性屈曲模态作为几何初始缺陷后，结构发生极值点失稳，加载初期荷载-挠度呈线性快速增长。荷载到达 A 点时，发生第一次屈曲，屈曲荷载为 154.58 kN/m^2，约为完善结构的 90.8%，此时结构最大挠度 613.85 mm 发生在节点①处；到达 B 点时，结构处于反向平衡状态，以后随挠度的增大，荷载有缓慢增加；到 C 点时，结构发生二次屈曲，屈曲荷载为 119.36 kN/m^2，约为完善结构的 446.70%。终止迭代时，结构最大挠度发生在节点⑤处，挠度分布如图 8 所示。与完善结构不同的是，引入初始几何缺陷后改变了结构中心对称的形貌，因此终止迭代时，结构变形不再关于中心点对称，且在边梁附近区域发生较大的下凹或上翘。

由分析表明，引入 $L/300$ 初始几何缺陷后对结构极限承载力影响较小，对失稳形态影响较大。

(a) 1~4阶屈曲模态下的节点⑤　(b) 节点①~⑧

(c) 节点①　(d) 节点⑤

图 7　缺陷结构-节点荷载-挠度曲线

Fig. 7　Defective structure-the load-deflection curves of node

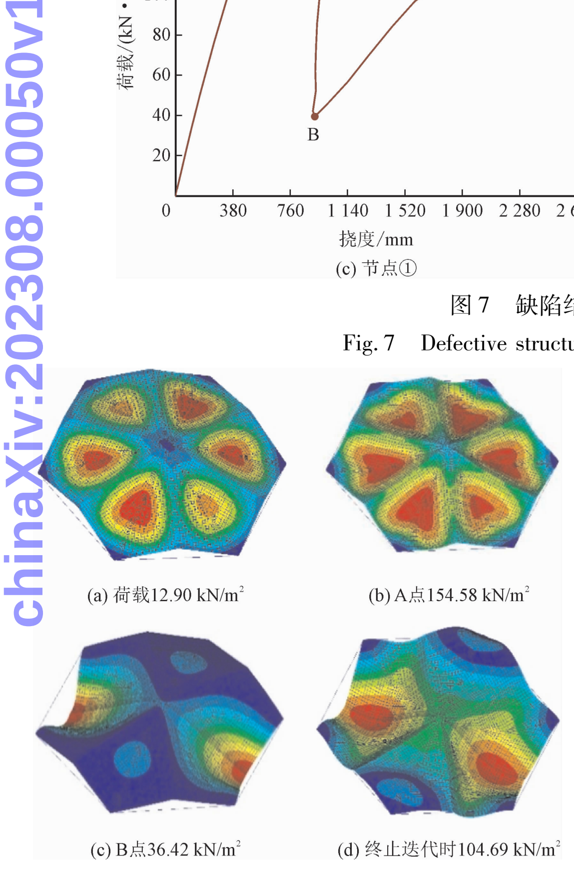


图 8　缺陷结构-全过程挠度分析

Fig. 8　Defective structure-deflection analysis of the whole process

4　影响结构临界荷载的因素分析

4.1　基本因素分析

为了解结构极限承载力的影响因素，本研究在结构基本算例的基础上，分别改变结构的矢跨比、结构各个构件的不同刚度及初始几何缺陷等因素，研究其对结构极限承载力的影响。取第一次屈曲时挠度最大节点绘制荷载-挠度曲线来描述结构的非线性失稳过程。参数化分析案例如下。

1）为了解结构矢跨比对临界荷载的影响，分别取矢跨比 1/8、1/7、1/6、1/5、1/4、1/3 进行分析。

2）为考虑边梁刚度对临界荷载的影响时，边梁截面高度分别取 550、600、650、700、750、800 mm。

3）考虑脊（谷）线梁刚度对临界荷载的影响时，结构边梁作为主要横向传力构件，将其截面高度取 750 mm 用以确保脊（谷）线梁在变化范围内，始终支承在边梁上。脊（谷）线梁截面高度在 400 ~ 650 mm 范围内，按 50 mm 模数递增取值分析。

4）考虑密肋梁刚度对临界荷载的影响时，脊（谷）线梁的截面高度取 600 mm，边梁的截面高度取 700 mm，密肋梁的截面高度在 250 ~ 500 mm 范围内，按 50 mm 模数递增取值分析。

5）考虑屋面板厚对临界荷载的影响时，密肋梁的截面高度取 350 mm，脊（谷）线梁截面高度取

500 mm。屋面板厚度在 60 ~ 110 mm 范围内，按 10 mm模数递增取值分析。

6）考虑引入初始缺陷大小的影响时，缺陷幅值分别取 $L/100$、$L/200$、$L/300$、$L/400$、$L/500$、$L/600$。

4.2 矢跨比的影响

不同矢跨比下结构稳定性的计算结果如图 9 所示。加载初期荷载-挠度均呈线性变化，随着矢跨比的增大，结构均表现为跳跃失稳，且第一上下极限荷载的差值在减小；结构失稳区域最先发生在脊（谷）线梁及其附近的密肋梁上，网格数不变时，矢跨比的增大会降低结构的整体刚度，致使结构极限承载力也随之降低；当矢跨比为 1/8 和 1/3 时，临界荷载分别为 176.55 kN/m^{2}和 152.30 kN/m^2，结构屈曲荷载降幅约为 13.7%。

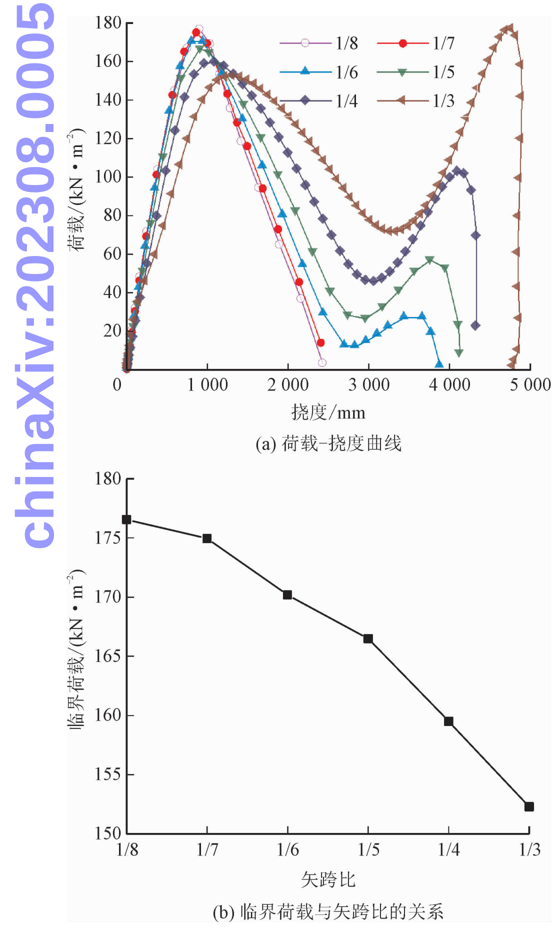


图 9 矢跨比对结构稳定的影响

Fig. 9 Effect of rise-span ratio on structural stability

综上分析，增大结构矢跨比对结构失稳后形态影响较大。建议此类结构实际应用时，矢跨比的选取不宜过大。

4.3 边梁刚度的影响

不同边梁刚度下结构稳定性的计算结果如图 10 所示。边梁刚度与承载能力的关系成正相关。当边梁截面高度从 550 mm 增到 800 mm 时，屈曲荷载由 170.19 kN/m^{2}变到 302.62 kN/m^2，屈曲荷载增幅约为 77.81%。边梁作为主要的传力构件，具有拱向弹性支撑的作用。当增大其截面高度时，会加强对周边构件的约束，从而提高结构的承载能力。

综上分析可得到，增大边梁刚度可明显提高结构的承载能力。建议边梁截面高度的取值不低于结构跨度的 1/50。

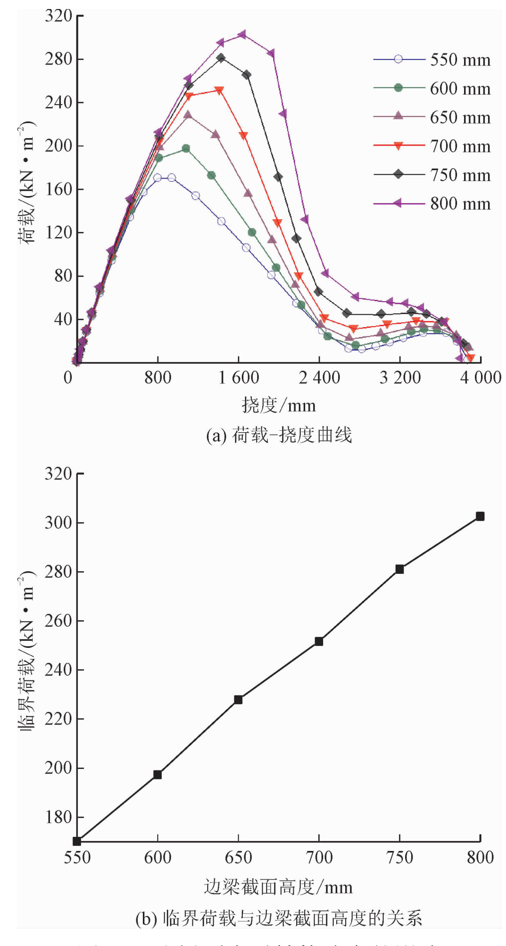


图 10 边梁刚度对结构稳定的影响

Fig. 10 Effect of support boundary beam rigidity on structural stability

4.4 脊（谷）线梁刚度的影响

不同脊（谷）线梁刚度下结构稳定性的计算结果如图 11 所示。脊（谷）线梁截面高度逐级增大分析时，结构全过程曲线路径基本相同，且临界荷载大致呈线性增长趋势。当脊（谷）线梁的截面高度为

400 mm时，临界荷载为 274.58 kN/m^2，脊（谷）线梁截面高度为 650 mm 时，临界荷载为 313.55 kN/m^2，临界荷载增幅约为 14.19%。脊（谷）线梁在结构中传递的有效荷载较小，增大其刚度对提高结构整体稳定效果不明显。

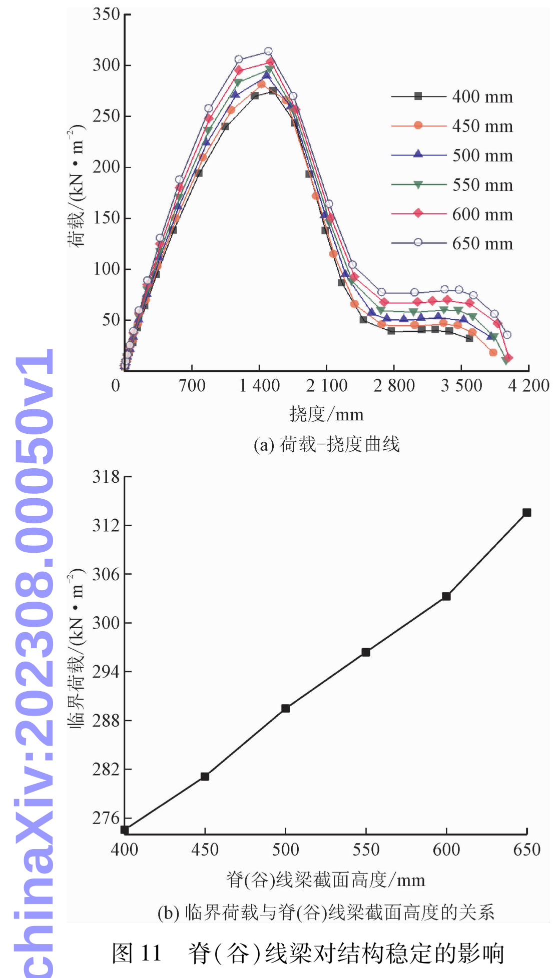


图 11　脊（谷）线梁对结构稳定的影响

Fig. 11　Effect of ridge (valley) beam rigidity on structural stability

综上分析，正常使用荷载下，脊（谷）线梁的刚度变化对结构稳定影响较小。在工程应用时，脊（谷）线梁构件尺寸按结构设计规范进行计算。

4.5　密肋梁刚度的影响

不同密肋梁刚度下结构稳定性的计算结果如图 12 所示。结构临界荷载与密肋梁刚度关系呈正相关；当密肋梁截面高度由 250 mm 增到 500 mm 时，临界荷载由 267.77 kN/m^2 增到 348.81 kN/m^2，增幅约为 30.26%。可见，密肋梁刚度的增大，会有效提高结构整体刚度和结构抗失稳的能力。建议密肋梁截面高度的选取范围宜在 $L/100 \sim L/75$。

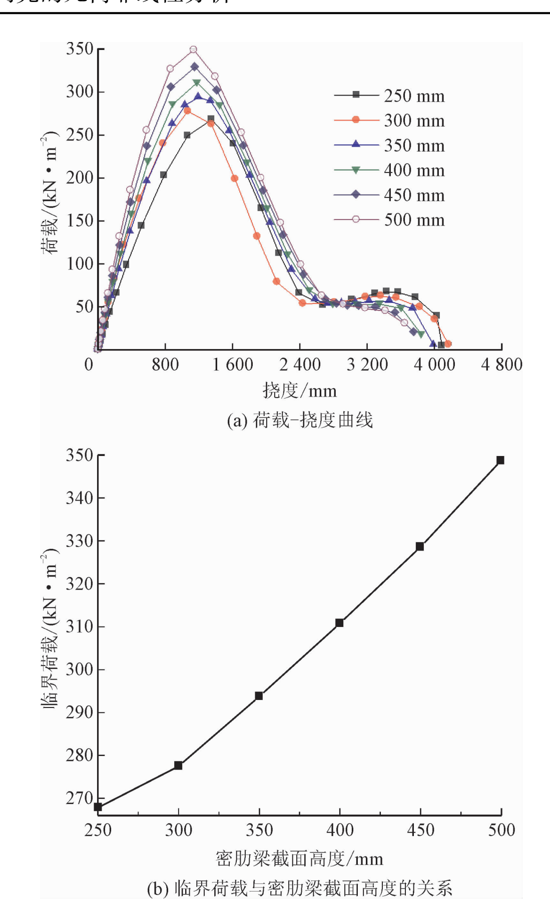
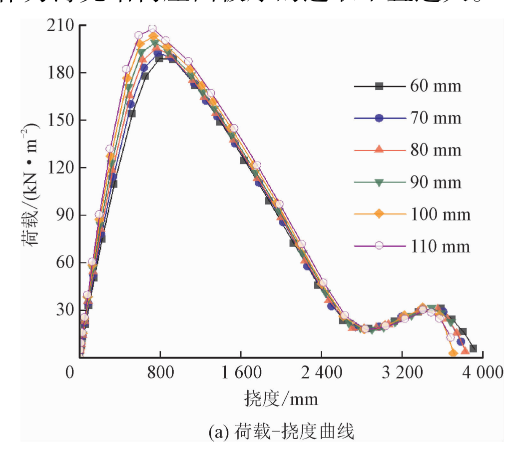


图 12　密肋梁刚度对结构稳定的影响

Fig. 12　Effect of ribbed beam rigidity on structural stability

4.6　屋面板厚的影响

不同屋面板厚下结构稳定性的计算结果如图 13所示。临界荷载随屋面板厚的增加而增大，当屋面板厚从 60 mm 增到 110 mm 时，临界荷载由 189.01 kN/m^2 增到 207.87 kN/m^2，增幅约为 9.98%。可见屋面板的增大对延缓结构非线性失稳效果不明显，作为薄壳结构屋面板厚的选取不宜过大。



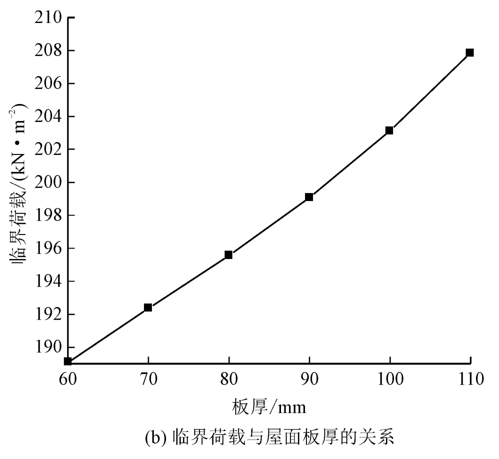


图 13 屋面板厚对结构稳定的影响

Fig. 13 Effect of ribbed roof slab stiffness on structural stability

4.7 初始缺陷大小的影响

引入不同缺陷幅值的分析结果如图 14 所示。随着缺陷幅值不断增大，临界荷载不断减小，当缺陷幅值为 $L/600$ 时，临界荷载为 165.36 kN/m^2，当缺陷值为 $L/300$ 时，临界荷载达到最小值，约为 154.58 kN/m^2，临界荷载降低了 6.52%。

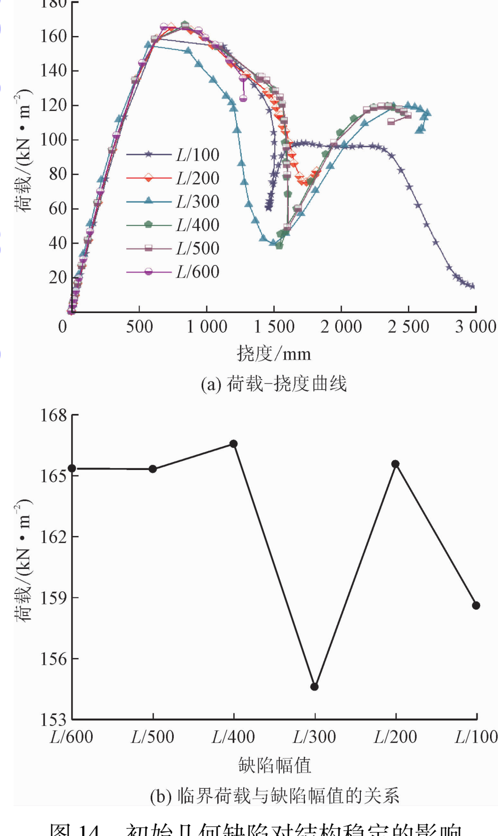


图 14 初始几何缺陷对结构稳定的影响

Fig. 14 Effect of initial geometric imperfection on structural stability

当缺陷幅值进一步增大时，结构临界荷载反而呈上升趋势，表现出结构“形状畸变”现象[16]，这种“畸变”使结构刚度变差，变形发展较快，虽临界荷载有上升段，但实际工程意义较小。

综合上述分析，初始缺陷的存在对结构承载力影响较小，可将缺陷幅值 $L/300$ 作为结构可接受的最大初始缺陷。

5 临界荷载的近似计算公式

5.1 等效刚度的计算

由上述分析结果，支座环梁对结构承载力影响较小，临界荷载公式拟合时忽略其影响。分别选取矢跨比、边梁、脊(谷)线梁、密肋梁和屋面板厚等参数作为结构稳定承载力公式拟合的数据来源。对结构边梁、脊(谷)线梁、密肋梁和屋面板的连续化刚度进行等效刚度计算[15]。密肋梁的内力与平面应变之间关系为

$$\boldsymbol{N} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中：N_1 为径向的薄膜等效应力；N_2 为环向的薄膜等效应力。

根据图 15，密肋梁的等效抗弯刚度 D_i 和等效薄膜刚度 B_i 分别为

$$D_{11} = \frac{EI_{11}}{S_{11}} + \frac{EI_c}{S_c}\sin^4\alpha \tag{2}$$

$$D_{22} = \frac{EI_2}{S_2} + \frac{EI_c}{S_c}\cos^4\alpha \tag{3}$$

$$B_{11} = \frac{EA_{11}}{S_{11}} + \frac{EA_c}{S_c}\sin^4\alpha \tag{4}$$

$$B_{22} = \frac{EA_2}{S_2} + \frac{EA_c}{S_c}\cos^4\alpha \tag{5}$$

其中：S_1、S_2 分别为 1、2 向肋梁的间距；S_c 为斜梁的网格尺寸。

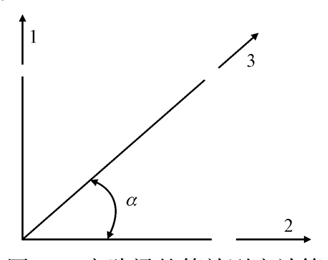


图 15 密肋梁的等效刚度计算

Fig. 15 Calculation of equivalent stiffness of ribbed beams

因径向和环向等效刚度不同，则此处采取两个

方向的平均值进行计算,则

$$B_i = \frac{B_{11} + B_{22}}{2} \tag{6}$$

$$D_i = \frac{D_{11} + D_{22}}{2} \tag{7}$$

屋面板的薄膜刚度和抗弯刚度分别为

$$B_b = \frac{Et}{1 - \nu^2} \tag{8}$$

$$D_b = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \tag{9}$$

因此得到结构的等效薄膜刚度 B 和等效抗弯 D 分别为

$$B = B_i + B_b \tag{10}$$

$$D = D_i + D_b \tag{11}$$

锥面网壳结构曲率半径计算公式为[17]

$$R = \frac{(0.25 + M^2)L}{2M} \tag{12}$$

其中：R 为曲率半径；M 为矢跨比；L 为跨度。

计算得到各个参数下的等效刚度及临界荷载理论值见表 1。

表 1　结构等效刚度及有限元计算临界荷载

Tab. 1　Structural equivalent stiffness and critical load of finite element calculation

序号	因素	曲率半径	网格尺寸/m			薄膜刚度/(kN·m^{-1})			抗弯刚度/(kN·m^{-1})			临界荷载理论值 q/
						屋面板	梁	结构	屋面板	梁	结构	
		R/m	S_1	S_2	S_c	B_b	B_i	B	D_b	D_i	D	(kN·m^{-2})
1	矢跨比	31.88	1.55	1.31	1.55	1 875 000.00	4 804 266.86	6 679 266.86	562.50	72 168.44	72 730.94	176.55
2		28.39	1.55	1.32	1.56	1 875 000.00	4 785 850.38	6 660 850.38	562.50	71 887.64	72 450.14	174.95
3		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	4 755 166.61	6 630 166.61	562.50	71 420.92	71 983.42	170.19
4		23.35	1.55	1.34	1.62	1 875 000.00	4 729 374.69	6 604 374.69	562.50	71 024.46	71 586.96	166.50
5		18.75	1.55	1.41	1.68	1 875 000.00	4 601 722.55	6 476 722.55	562.50	69 095.37	69 657.87	159.51
6		16.25	1.55	1.53	1.80	1 875 000.00	4 410 581.51	6 285 581.51	562.50	66 207.16	66 769.66	152.30
7	边梁	25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	5 673 100.13	7 548 100.13	562.50	109 054.18	109 616.68	170.19
8		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	5 914 661.58	7 789 661.58	562.50	129 033.32	129 595.82	197.33
9		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 156 223.04	8 031 223.04	562.50	152 635.89	153 198.39	227.94
10		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 397 784.49	8 272 784.49	562.50	180 163.83	180 726.33	251.63
11		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 639 345.94	8 514 345.94	562.50	211 919.10	212 481.60	281.13
12		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 880 907.40	8 755 907.40	562.50	248 203.64	248 766.14	302.62
13	脊谷线	25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 408 811.01	8 283 811.01	562.50	201 496.80	202 059.30	274.58
14		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 639 345.94	8 514 345.94	562.50	211 919.10	212 481.60	281.13
15		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 869 881.02	8 744 881.02	562.50	224 935.06	225 497.56	289.48
16		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 100 416.33	8 975 416.33	562.50	240 832.94	241 395.44	296.39
17		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 330 951.98	9 205 951.98	562.50	259 901.02	260 463.52	303.26
18		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 561 488.11	9 436 488.11	562.50	282 427.59	282 990.09	313.55
19	密肋梁	25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 932 538.66	8 807 538.66	562.50	225 172.10	225 734.60	267.77
20		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 089 390.53	8 964 390.53	562.50	228 145.75	228 708.25	277.44
21		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 246 242.41	9 121 242.41	562.50	232 295.79	232 858.29	293.74
22		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 403 094.28	9 278 094.28	562.50	237 818.28	238 380.78	310.75
23		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 559 946.15	9 434 946.15	562.50	244 909.29	245 471.79	328.64
24		25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	7 716 798.03	9 591 798.03	562.50	253 764.89	254 327.39	348.81
25	屋面板厚	25.00	1.55	1.33	1.58	1 875 000.00	6 060 487.08	7 935 487.08	562.50	126 220.18	126 782.68	189.08
26		25.00	1.55	1.33	1.58	2 187 500.00	6 060 487.08	8 247 987.08	893.23	126 220.18	127 113.41	192.35
27		25.00	1.55	1.33	1.58	2 500 000.00	606 0487.08	856 0487.08	1 333.33	126 220.18	127 553.52	195.56
28		25.00	1.55	1.33	1.58	2 812 500.00	6 060 487.08	8 872 987.08	1 898.44	126 220.18	128 118.62	199.08
29		25.00	1.55	1.33	1.58	3 125 000.00	6 060 487.08	9 185 487.08	2 604.17	126 220.18	128 824.35	203.13
30		25.00	1.55	1.33	1.58	3 437 500.00	6 060 487.08	9 497 987.08	3 466.15	126 220.18	129 686.33	207.87

5.2　临界荷载公式拟合

根据表1数据分析，分别试做临界荷载 q 与等效刚度 $(BD)^{0.2}$ 和曲率半径 R 的散点图。如图16所示、临界荷载 q 与 $(BD)^{0.2}$ 和 R 均大致呈线性关系。参照选取单层球面网壳结构的稳定承载力公式[15]，结合本研究构造函数试算特点，将函数关系设为

$$\bar{q} = \frac{K(BD)^a}{R^b} \tag{13}$$

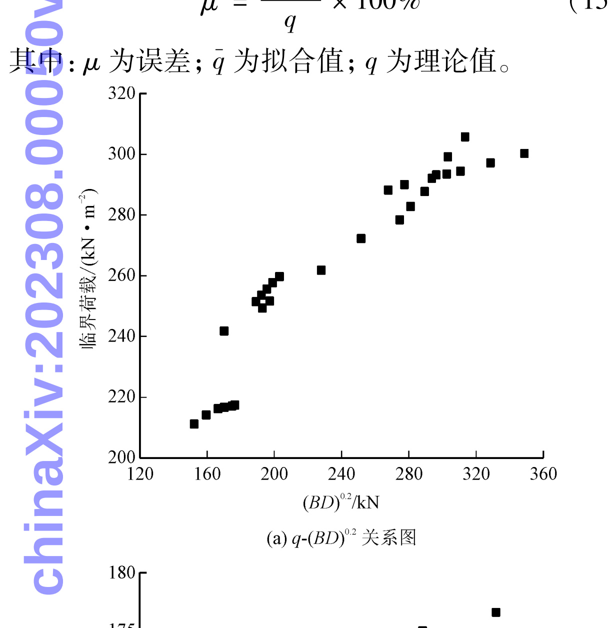
其中待定参数 k、a、b，按最小二乘法，解得临界荷载的近似计算公式为

$$\bar{q} = \frac{0.000\,85\,(BD)^{0.448\,80}}{R^{-0.002\,42}} \tag{14}$$

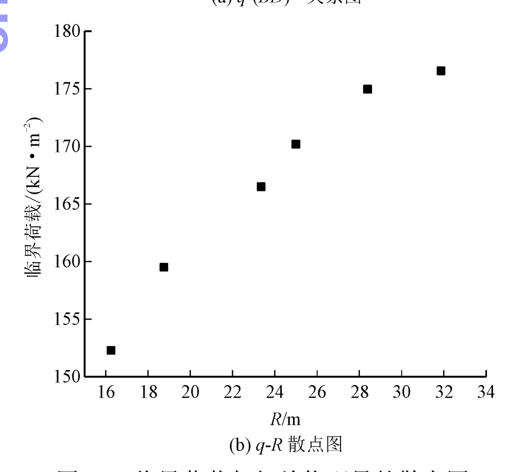
极限荷载误差计算公式为

$$\mu = \frac{\bar{q} - q}{q} \times 100\% \tag{15}$$

其中：μ 为误差；$\bar{q}$ 为拟合值；q 为理论值。



(a) q-$(BD)^{0.2}$ 关系图



(b) q-R 散点图

图16　临界荷载与相关物理量的散点图

Fig. 16　Relationship diagram of critical load and related physical

临界荷载理论值与拟合值对比结果见表2所示，计算误差均控制在15%以内，是可接受的工程精度。本研究拟合公式未考虑初始缺陷对结构极限承载力的影响，根据工程应用偏安全考虑，结合初始缺陷参数化分析结果，将拟合公式乘以折减系数0.9得到考虑实际缺陷的稳定承载能力拟合公式。

表2　临界荷载拟合公式的误差比较

Tab. 2　Error comparison of critical load fitting formula

序号	临界荷载/(kN·m⁻²)		误差 μ/
	理论值 q	拟合值 $\bar{q}$	%
1	176.55	151.39	−14.25
2	174.95	150.90	−13.75
3	170.19	150.10	−11.80
4	166.50	149.45	−10.24
5	159.51	146.26	−8.31
6	152.30	141.54	−7.06
7	170.19	192.15	12.90
8	197.33	210.10	6.47
9	227.94	229.60	0.73
10	251.63	250.59	−0.41
11	281.13	272.97	−2.90
12	302.62	296.69	−1.96
13	274.58	263.61	−4.00
14	281.13	272.97	−2.90
15	289.48	283.74	−1.98
16	296.39	295.98	−0.14
17	303.26	309.76	2.15
18	313.55	325.10	3.68
19	267.77	284.78	6.35
20	277.44	288.74	4.07
21	293.74	293.35	−0.13
22	310.75	298.73	−3.87
23	328.64	304.97	−7.20
24	348.81	312.16	−10.51
25	189.08	209.77	10.94
26	192.35	213.69	11.09
27	195.56	217.62	11.28
28	199.08	221.59	11.31
29	203.13	225.62	11.07
30	207.87	229.72	10.51

6　结　论

本研究基于数值模拟分析的基础上，对混凝土密肋式锥面网壳结构进行稳定性能计算，结果如下。

1）弹性稳定分析表明，结构屈曲模态以脊线为模态节线呈现明显的对称性特点，且薄弱部位主要分布在谷线跨中与密肋平板交汇处。结构非线性屈曲具有壳体结构的特征，在跳跃失稳后承载力急剧下降，后屈曲延性较弱。

2）较大的矢跨比会降低结构承载力，建议矢跨

比的取值不宜过大。边梁作为主要传力构件,增大边梁刚度能有效提高结构的极限承载能力。因此,建议其截面高度的取值不宜低于跨度的 1/50。

3)脊(谷)线梁刚度和屋面板厚的变化对加强结构整体稳定性作用有限。故建议脊(谷)线梁截面高度和板厚的取值满足强度要求即可。加大密肋梁刚度对提高结构稳定性能效果明显,建议其截面高度的取值可按跨度的 1/100 ~ 1/75 确定。

4)初始缺陷对结构极限承载力的影响较小,将 *L*/300 作为结构可接受的最大初始缺陷。通过大量算例的计算结果分析得到结构的稳定承载力拟合公式,计算误差是可接受的工程精度。

参考文献:

[1] 董石麟,邢栋,赵阳. 现代大跨空间结构在中国的应用与发展[J]. 空间结构,2012,18(1):3-16.
DONG Shilin,XING Dong,ZHAO Yang. Application and development of modern long-span space structures in China[J]. Spatial structures,2012,18(1):3-16(in Chinese).

[2] 蓝天,张维嶽,董石麟. 我国大跨度屋盖结构的成就与展望[J]. 建筑技术,1979(9):2-8.
LAN Tian,ZHANG Weiyue,DONG Shilin. Achievements and prospects of large-span roof structures in my country[J]. Architecture technology,1979(9):2-8(in Chinese).

[3] 赖熾金,茅晓峯,范仲暄,等. 60 米直径圆形薄壳屋盖金工车间[J]. 建筑学报,1962(4):5-9.
LAI Chijin, MAO Xiaofeng, FAN Zhongxuan, et al. Metalworking workshop of a 60-meter-diameter circular thin-shell roof[J]. Architectural journal ,1962(4):5-9(in Chinese).

[4] 刘国葵. 30 米跨拼装折板落地拱设计[J]. 建筑结构,1982,12(6):36-38.
LIU Guokui. Design of a 30-meter-span assembled folded plate landing arch[J]. Building structures,1982,12(6):36-38(in Chinese).

[5] 滕锦光,王汉珽. 钢-混凝土组合薄壳屋盖的研究进展——施工阶段钢底壳的模型试验研究[J]. 建筑钢结构进展,2005,7(3):9-15.
TENG Jinguang,WANG Hanting. Recent research on steel-concrete composite shell roofs:buckling experiments on the steel base shell during construction[J]. Progress in steel building structures,2005,7(3):9-15(in Chinese).

[6] 常玉珍,吴敏哲. 组合肋壳几何非线性分析[J]. 四川建筑科学研究,2006,32(5):26-29.
CHANG Yuzhen, WU Minzhe. Geometrical nonlinear analysis of composite shell[J]. Sichuan building science,2006,32(5):26-29(in Chinese).

[7] 张华刚,马克俭,杨期柱. 混凝土大跨度密肋式折板壳的结构形式与分类[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版),2008,37(4):55-59.
ZHANG Huagang,MA Kejian,YANG Qizhu. Structural form and sort of concrete large-span folded-plate ribbed shell[J]. Journal of Guizhou University of Technology(natural science edition),2008,37(4):55-59(in Chinese).

[8] 张华刚,张钰,吴琴,等. 新型混凝土壳体结构的研究概况及工程实践[J]. 空间结构,2019,25(3):3-12.
ZHANG Huagang,ZHANG Yu,WU Qin,et al. Research status and engineering application of new type concrete shell structures[J]. Spatial structures,2019,25(3):3-12(in Chinese).

[9] 张华刚,杨期柱,马克俭,等. 人字形密肋式折板拱壳的静力性能分析及其工程应用[J]. 建筑结构学报,2009,30(增刊2):29-35.
ZHANG Huagang, YANG Qizhu, MA Kejian, et al. Static analysis and engineering application of herring-bone folded-plate ribbed shell[J]. Journal of building structures,2009,30(S2):29-35(in Chinese).

[10] 唐攒辉,张华刚,魏威,等. 混凝土棱柱面网壳的几何非线性稳定性分析[J]. 应用力学学报,2020,37(6):2470-2479.
TANG Zanhui,ZHANG Huagang,WEI Wei,et al. Geometric nonlinear stability analysis of concrete prismatic reticulated shell[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37(6):2470-2479(in Chinese).

[11] 杨水艳,张华刚,龚琨. 正交网格混凝土密肋式锥面网壳的静力性能分析[J]. 贵州大学学报(自然科学版),2023,40(1):88-94.
YANG Shuiyan,ZHANG Huagang,GONG Kun. Analysis of static properties of orthogonal mesh concrete ribbed conical reticulated shell[J]. Journal of Guizhou University(natural sciences),2023,40(1):88-94(in Chinese).

[12] 杨水艳,张华刚,马克俭. 混凝土密肋式锥面网壳的动力特性分析[J]. 贵州大学学报(自然科学版),2021,38(4):97-103.
YANG Shuiyan,ZHANG Huagang,MA Kejian. Analysis of dynamic characteristics of concrete multi-ribbed conical reticulated shell[J]. Journal of Guizhou University(natural sciences),2021,38(4):97-103(in Chinese).

[13] 杨水艳,张华刚,马克俭. 三向网格混凝土锥面密肋网壳的静力性能分析[J]. 贵州大学学报(自然科学版),2021,38(2):78-83.
YANG Shuiyan,ZHANG Huagang,MA Kejian. Analysis of static behavior of three-direction meshed concrete multi-ribbed conical reticulated shell[J]. Journal of Guizhou University(natural sciences),2021,38(2):78-83(in Chinese).

[14] 陈昕,沈世钊. 网壳结构的几何非线性分析[J]. 土木工程学报,1990,23(3):47-57.
CHEN Xin,SHEN Shizhao. Geometrically nonlinear analysis of reticulated shells[J]. China civil engineering journal,1990,23(3):47-57(in Chinese).

[15] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 空间网格结构技术规程:JGJ 7-2010[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2011.

[16] 沈世钊. 网壳结构的稳定性[J]. 土木工程学报,1999,32(6):11-19.
SHEN Shizhao. Stability of latticed shells[J]. China civil engineering journal,1999,32(6):11-19(in Chinese).

[17] ZHANG L W,WU J,ZHANG D L. Shape optimization and stability analysis for Kiewitt spherical reticulated shell of triangular pyramid system[J]. Mathematical problems in engineeing,2019(2019):1-11.

(编辑　李坤璐)